

Trigonometri

Formelsamling

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha, \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha, \quad \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{1}{\tan \alpha}$$

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha, \quad \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha, \quad \tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$$

$$\begin{aligned} \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta, & \sin(\alpha - \beta) &= \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta, & \cos(\alpha - \beta) &= \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \\ \tan(\alpha + \beta) &= \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}, & \tan(\alpha - \beta) &= \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 \\ \tan 2\alpha &= \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \end{aligned}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}, \quad \cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}, \quad \tan^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}$$

$$\begin{aligned} \sin \alpha \cos \beta &= \frac{1}{2} [\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)] \\ \cos \alpha \cos \beta &= \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)] \\ \sin \alpha \sin \beta &= \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin \alpha + \sin \beta &= 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}, & \sin \alpha - \sin \beta &= 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \\ \cos \alpha + \cos \beta &= 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}, & \cos \alpha - \cos \beta &= -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \end{aligned}$$

Trigonometri

Problemsamling

- Uttryck följande vinklar i grader
a) 1 b) $2\pi/3$ c) 0.15 d) $-3\pi/2$
- Uttryck följande vinklar i radianer
a) 1° b) 45° c) 180° d) 6°
- Ett 27" (diameter 68.6 cm) cykelhjul rullar sträckan 75cm. Vilken vinkel (radianer) har hjulet vridit sig?
- Bestäm (utan miniräknare)
a) $\sin(0)$ b) $\sin(\pi/2)$ c) $\sin(\pi)$ d) $\sin(3\pi/2)$ e) $\cos(0)$ f) $\cos(\pi/2)$ g)
 $\cos(\pi)$ h) $\cos(3\pi/2)$ i) $\sin(2\pi)$ j) $\cos(2\pi)$
- Bestäm med fyra siffrors noggrannhet (med miniräknare)
a) $\sin(1)$ b) $\sin(0.2)$ c) $\sin(0.1)$ d) $\sin(0.01)$ e) $\cos(0.01)$ f) $\tan(0.01)$
- En rätvinklig triangel har en vinkel α så att $\sin \alpha = 4/5$. Beräkna
a) $\cos(\alpha)$ b) $\tan(\alpha)$,
utan att använda miniräknare.
- Hur mycket större blir ytan av ett tak som lutar 32° jämfört med ett som är platt?
- En lantmätare ska mäta avståndet mellan två hörn på en åker. Han mäter vinkeln till motstående hörn relativt norr med kompassen från två punkter med 500mm avstånd (först står han i hörnet, sedan tar han ett kliv vinkelrätt mot sammanbindninglinjen mellan hörnen). Vinklarna blir 48.09° resp. 48.33° . Hur långt är det mellan hörnen?
- Bestäm den positiva sträckan d så att
a) $\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} 2nd\right) = -1$ b) $\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} 2nd + \pi\right) = 1,$
där $\lambda = 633\text{nm}$ och $n = 1.52$

Svar

1. a) 57.3° b) 120° c) 8.6° d) -270°
2. a) 0.017 b) 0.785 c) p d) 0.105
3. 2.19
4. a) 0 b) 1 c) 0 d) -1 e) 1 f) 0
g) -1 h) 0 i) 0 j) 1
5. a) 0.8415 b) 0.1987 c) 0.09983 d) 0.01000 e) 1.000 f) 0.01000
6. a) $3/5$ b) $4/3$
7. 18%
8. 119m
9. a) ett udda tal gånger 104nm, dvs 104nm, 312nm, 520nm etc.
b) Samma som i a).